

Roland Fischer, Klagenfurt

MITTEL UND SYSTEM - ZUR SOZIALEN RELEVANZ DER MATHEMATIK

Für das Verhältnis eines Wissensgebietes zur Gesellschaft ist traditionellerweise die Wissenssoziologie zuständig, speziell die Soziologie der Mathematik. (Einen Überblick gibt RESTIVO 1983.) Sie beschäftigt sich mit ihrem Gegenstand meist aus historischer Perspektive, untersucht etwa die Rolle der Zahlen in der Antike und in der Neuzeit (so zum Beispiel SPENGLER 1973), vergleicht die chinesische mit der abendländischen Kultur im Hinblick auf die Entwicklung der neuzeitlichen Mathematik (NEEDHAM 1956) oder gibt eine entwicklungspsychologische Deutung des Verhältnisses der Menschheit zur Mathematik (HEINTEL 1979). Eine der politischen Bildung verpflichtete Didaktik der Mathematik hat sich auch mit der Gegenwart und der Zukunft des Verhältnisses der Mathematik zur Gesellschaft auseinanderzusetzen. Dies wird erleichtert und erschwert durch die Tatsache, daß man die Möglichkeit hat, die Zukunft mitzugestalten.

Die Mittel-System-Dualität

Ein Grundgedanke der folgenden Ausführungen ist dieser: Die Mathematik gibt dem einzelnen Mittel an die Hand, komplexe Situationen der natürlichen oder der von uns geschaffenen Umwelt zu erklären, zu beherrschen und mit anderen darüber zu kommunizieren. Auf der anderen Seite ist die Mathematik ein in uns selbst, in unserem Denken verankertes System von Begriffen, Verfahren und Regeln, dem wir uns unterzuordnen haben; mehr noch: das einen Teil unserer Identität bestimmt. Dieses System reicht von Alltagsquantifizierungen bis zu elaborierten Mustern der Naturwahrnehmung und vor allem bis zu den hochkomplexen Regelungsmechanismen der modernen Ökonomie. Aufgrund von auch mathematischen Überlegungen definieren wir im ökonomischen Bereich unsere Beziehungen zueinander (wer hat von wem was zu bekommen) und legen fest, was Gerechtigkeit ist. Ich sehe somit Mathematik einerseits als ein Mittel, das wir handhaben können wie ein Werkzeug, und andererseits als ein System, dem wir gehorchen müssen und das untrennbar mit unserer gesellschaftlichen Organisation verbunden ist.

Das heißt nicht, daß dieses System immer schon da war: Indem wir die Mittel geschaffen haben, haben wir auch das System entwickelt und mit der Weiterentwicklung des Systems - wofür übrigens organisierte Bildung eine wichtige Rolle spielt - waren immer weitere Mittel nötig. Das bedeutet: der Mittel- und Systemaspekt sind untrennbar. Ich spreche daher von einer Dualität von Mathematik als Mittel und Mathematik als System. In dieser Dualität wird ausgedrückt, daß wir Menschen zugleich Subjekte und Objekte der Mathematik sind. Wir konstruieren Mittel, die zu einem System werden und reflexiv auf uns zurückwirken.

Der System-Mittel-Dualismus bestimmt meines Erachtens auch das Verhältnis der Mathematik zur Computerisierung unserer Welt. Mathematik ist nämlich in doppelter Hinsicht Voraussetzung für diesen Prozeß: Als Mittel liefert sie die Voraussetzungen für die Technologie. Der Computer ist ja nichts anderes als die konsequente Fortsetzung der Materialisierungen abstrakter Beziehungen, für die die Mathematik immer schon zuständig war, von den Rechensteinen über Abakusse bis zur Dominanz der geschriebenen Symbolik in den letzten drei Jahrhunderten (vgl. dazu FISCHER/MALLE 1985, Kap. 6). Als System hat sie die Grundbedingungen dafür geschaffen, daß Menschen den Computer gebrauchen können, daß sie ihn akzeptieren. Zu diesen Grundbedingungen gehört das Denken in Symbolen und maschinellen Abläufen, aber auch eine kausal-logisch-maschinisierte Organisation des gesellschaftlichen Lebens, insbesondere der Arbeit (vgl. dazu BAMME u.a. 1983).

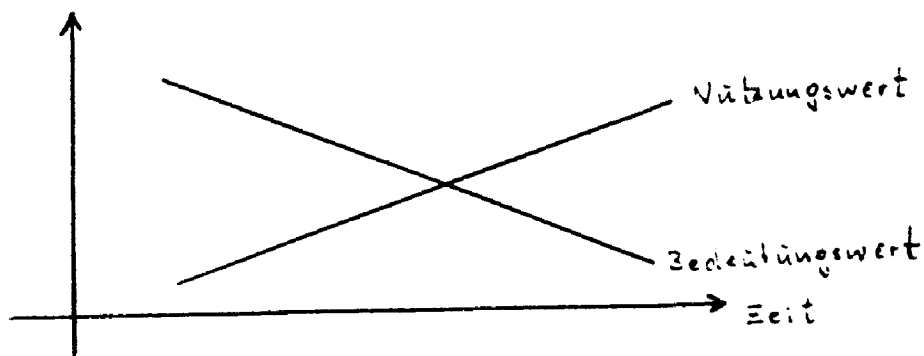
Meine These ist nun die, daß wir (noch) nicht gelernt haben, mit der Dualität von Mittel und System in der Mathematik umzugehen, insbesondere die Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Aspekten von Mathematik wahrzunehmen und danach zu handeln. In der Regel wird die "systemische" Seite überhaupt nicht betrachtet beziehungsweise unhinterfragt vorausgesetzt. Welche Voraussetzungen ihr zugrunde liegen und wie sie durch die Schaffung von Mitteln auch verändert wird, das bleibt im Unbewußten. Oder es wird die systemische Seite nur kritisch betrachtet, ja sogar verteufelt, etwa als "Disziplinierung" im Interesse der herrschenden Klasse, z.B. von einer kritischen Pädagogik. Es ist meines Erachtens höchste Zeit, sich die Dualität von Mittel und System genauer anzusehen und den Umgang damit konstruktiv zu wenden.

Bedeutungswert und Nutzungswert

Die Vernachlässigung der systemischen Seite der Mathematik entspricht einer Verabsolutierung des Mittelaspekts. So wird heute die Relevanz der Mathematik für die Gesellschaft primär durch ihre Rolle als effizientes Mittel zur Problemlösung begründet. Dies gilt auch für die Relevanz der Naturwissenschaften und in abgeschwächter Form auch für jene anderer Wissensbereiche. Daß dies nicht die einzig mögliche Sichtweise der Bedeutung einer Wissenschaft für die Gesellschaft ist, zeigen historische Untersuchungen.

So unterscheidet der Soziologe Friedrich TENBRUCK in einem Aufsatz über den "Fortschritt der Wissenschaften als Trivialisierungsprozeß" zwischen dem Bedeutungswert und dem Nutzungswert wissenschaftlicher Aussagen. Letzterer bezieht sich auf die "instrumentelle Verwendung der Erkenntnis", der Bedeutungswert hingegen auf den "Bedeutungsgehalt, welches sie eine wissenschaftliche Aussage vor, und unabhängig von ihrer Benutzung haben kann" (TENBRUCK 1975, S. 23). "Bedeutungsgehalt" meint hier die Möglichkeit, aus dem Wissen Orientierungshilfen und Sinnbestimmungen für die Gesellschaft zu gewinnen. Dabei sind Bedeutungs- und Nutzungswert nicht nur durch den Inhalt der Aussage bestimmt. Sie hängen von den gesellschaftlichen Bedingungen, von den sonst vorhandenen Erkenntnissen usw. ab. Das Gesetz der Trivialisierung lautet nach TENBRUCK:

... Im Wissensfortschritt verlieren die Erkenntnisse zunehmend an Bedeutung. In der Ausgangslage des Prozesses besitzen sie einen hohen Bedeutungswert, hingegen meist keinen Nutzungswert. In der Endlage umgekehrt keinen Bedeutungs-, gewöhnlich aber einen hohen Nutzungswert ... Der Fortschritt der Wissenschaft bringt uns zwar immer mehr Erkenntnisse ein, entkleidet sie dabei jedoch ihrer Bedeutung ... Der Trivialisierungsprozeß stutzt die Wissenschaft zurück auf die facta bruta von Tatsachenaussagen. Sie fällt damit als Legitimationsquelle für die heutige Gesellschaft aus oder wird zu einer sehr problematischen Quelle für Legitimation. (TENBRUCK 1975, S. 23-24)



In seiner Darstellung des Trivialisierungsprozesses in den Naturwissenschaften geht TENBRUCK von der Tatsache aus, daß der Bedeutungswert naturwissenschaftlicher Erkenntnisse heute für uns gering ist. Aussagen über Astrophysik, Mondfahrt oder Supraleitfähigkeit "rauschen an uns vorüber" und lassen uns kalt. TENBRUCK unterstellt, daß selbst wenn man in der Physik zum geozentrischen Weltbild zurückkehren würde, diese Neuigkeit für die Öffentlichkeit nur Augenblickswert hätte. Er schreibt:

Ein Umsturz im Weltbild der Physik ist kein Umsturz in dem Weltbild der Menschen mehr. Ob es in der Natur so oder anders aussieht, das braucht uns nicht zu interessieren, solange es dabei bleibt, daß wir in der Natur außer der schieren Gesetzmäßigkeit nichts zu entdecken vermögen. Dieses Wissen aber saugt heute jedes Kind mit der Muttermilch ein und keine naturwissenschaftlichen Fortschritte können dem etwas hinzufügen. (TENBRUCK 1975, S. 24)

Daß dies nicht immer so war, belegt TENBRUCK anhand von Zitaten aus der Geschichte der neuzeitlichen Naturwissenschaft. So ging es den Wissenschaftlern zunächst darum, eine Botschaft Gottes zu verstehen. Newtons Erkenntnisse wurden als "letzter Akt der Offenbarung" gesehen, "durch welchen Gott die Menschen über die Ordnung seiner Schöpfung unterrichtet". Später, mit zunehmender Säkularisierung der Wissenschaft, trat Gott als Akteur in den Hintergrund und der Glaube, mit naturwissenschaftlichen Methoden könne der Mensch die Rätsel dieser Welt lösen, gewann an Bedeutung. Als Zeichen dieses Glaubens darf wohl der berühmte Ausspruch von LAPLACE auf die Frage Napoleons nach der Rolle Gottes in seinem Weltsystem gedeutet werden: "Sire, diese Hypothese brauche ich nicht". Noch immer lag - im Sinne TENBRUCKS - ein hoher Bedeutungswert der Naturwissenschaften vor. Der entscheidende Trivialisierungsschub kam nach TENBRUCK im 19. Jahrhundert, als sich naturwissenschaftliche Einsicht als unzureichend für die Erklärung der Welt herausstellte und vor allem als grundsätzlich unzureichend für die "Übersetzung der Erkenntnis in die richtige menschliche Ordnung" (TENBRUCK 1975, S. 31). TENBRUCK schreibt:

Damit schied die Naturwissenschaft aus der Konkurrenz um die Befriedigung der Orientierungsbedürfnisse aus, doch eben nicht, ohne als Methode neue Ansprüche anzumelden, welche als Aufgaben neuen Fächern, also den Sozialwissenschaften zufallen müßte. (TENBRUCK 1975, S. 33)

Man kann TENBRUCK entgegenhalten, daß bei ihm "Bedeutungswert" in einem recht äußerlichen Sinn gebraucht wird. Bedeutung hat ja auch instrumenteller

Nutzen. Ich würde Bedeutungswert im TENBRUCKschen Sinn lieber "Verheißungswert" nennen. In diesem Sinn ist klar, daß wohl der Nutzungswert dem Mittelaspekt entspricht, nicht jedoch der Bedeutungswert dem Systemaspekt, der in einer umfassenderen und tiefergehenden Weise eine Verbindung zwischen dem Wissen und der Menschheit herstellt. Ein Zusammenhang besteht jedoch dadurch, daß der Bedeutungswert dem bewußten Anteil des Systemaspekts entspricht (diesen Gedanken verdanke ich Michael OTTE). Im Zuge der Trivialisierung verschwindet dieser bewußte Anteil dadurch, daß der systemische Teil des Wissens eine Selbstverständlichkeit wird. Gleichzeitig verändert er sich durch das Hinzukommen von Mitteln ständig, sodaß meines Erachtens bei dessen Bewußtwerdung ein neuerliches Ansteigen des Bedeutungswertes nicht ausgeschlossen ist. Ich werde auf diesen Gedanken weiter unten noch einmal zurückkommen.

Ein zweiter Einwand wäre der, daß sich der Bedeutungswert und die dadurch gegebenen Orientierungsmöglichkeiten immer nur auf einen kleinen Kreis von Menschen bezogen hat. Dieser Kreis war zwar größer als die Gruppe der Wissenschaftler - so schreibt TENBRUCK, daß im 17. Jahrhundert naturwissenschaftliche Themen in Predigten und Wochenblättern, aber auch in Gesellschaften, Zirkeln und Salons aufgenommen wurden, vornehme Damen ließen sich in Mathematik, Geometrie und Gravitation unterrichten (TENBRUCK, 1975, S. 25) - die Masse der Menschen blieb davon aber unberührt. Dazu ist zu sagen, daß diesem kleinen Kreis sehr oft führende Köpfe der Gesellschaft, "opinion leaders" würde man heute sagen, angehörten und daß zumindestens in den Motivationen der Wissenschaftler selbst Veränderungen eingetreten sind. Es scheint, daß die Wissenschaftler des 17. und 18. Jahrhunderts an die Verheißungen glaubten. Heute hingegen haben Naturwissenschaftler oft ein sehr viel gebrocheneres Verhältnis zu ihrem Gegenstand.

Verheißung und Realität in der Mathematik

In einer durch Wissenschaft und gesellschaftliche Veränderungen bereits säkularisierten Welt war der Bedeutungswert der Mathematik im Sinne TENBRUCKs dann am größten, als begonnen wurde, sie als universelle über die Naturwissenschaften hinausgehende Methode der Erkenntnis und Manipulation der Welt zu begreifen. Ich denke hier an die vielen Versuche, vor allem im 18. und 19. Jahrhundert, soziales und wirtschaftliches Verhalten von Menschen durch mathematische

Gesetze zu beschreiben. Ich meine hier etwa die "physique sociale" des Adolphe QUETELET (siehe PORTER 1985), oder die Entwicklung der Statistik ab der Mitte des 19. Jahrhunderts, die zumindest in England in enger Verbindung mit ethnobiologischen Überlegungen zu sehen ist ("Eugenische Bewegung", siehe MCKENZIE, 1981). Weiters denke ich an die Mathematisierung der Logik, später der Sprache, die ebenfalls im 19. Jahrhundert begonnen wurden. In diesen Zeitraum fällt auch die für die breitere Öffentlichkeit sichtbare Abtrennung der Mathematik von den Naturwissenschaften.

Verglichen mit diesen hohen Verheißungen hat der Verheißungswert der Mathematik sehr abgenommen. Nationalökonomien bekennen heute, daß mathematische Gesetzmäßigkeiten in ihrem Bereich nur eingeschränkte Gültigkeit haben, daß insbesondere Vorhersagen sehr problematisch sind. Soziologen und Psychologen distanzieren sich zunehmend von einer in erster Linie an mathematischen Methoden orientierten Wissenschaftsauffassung (vgl. dazu FISCHER 1987a, Kap. 3). Dasselbe gilt für die Linguistik und andere Bereiche. Auf der anderen Seite scheint der Nutzungswert der Mathematik auch in nichtnaturwissenschaftlichen Bereichen im Zunehmen begriffen zu sein. Wie ist dieser Widerspruch zu erklären?

Ich vermute, daß hier zwei Tatsachen eine Rolle spielen. Zum einen hat sich weitgehend eine Modellauffassung der Anwendung von Mathematik durchgesetzt, d.h. die Verbindung zwischen Mathematik und "Wirklichkeit" wird als nicht allzu stringent angesehen, man erwartet nicht, daß mit Mathematik gefundene Aussagen hundertprozentig in der Realität zutreffen. Der zweite Aspekt ist der, daß Mathematik oft nicht benützt wird, um Wirklichkeit zu erklären, sondern um neue Wirklichkeit zu schaffen, zur Konstruktion von Wirklichkeit also. Dabei leistet sie Hervorragendes. Ein naheliegendes Beispiel für Konstruktion stellt die Technik dar, in die Mathematik via Naturwissenschaften Eingang findet. In einer mehr direkten Weise wird Mathematik konstruktiv wirksam durch die Verwendung mathematischer Logik beim Bau von Computern oder durch die Benützung der Theorie formaler Sprachen bei der Entwicklung von Programmiersprachen. Ein anderer Bereich der Konstruktion von Wirklichkeit stellt die "Erfindung" von nationalwirtschaftlichen Kennzahlen dar, die die Grundlage von Budgetpolitik (Steuern, Förderungsmaßnahmen, Lohnverhandlungen usw.) bilden. Es ist oft nicht entscheidbar, ob durch sie eine Wirklichkeit adäquat beschrieben wird, sie schaffen jedoch eine neue Wirklichkeit und ermöglichen es, Entscheidungen zu treffen.

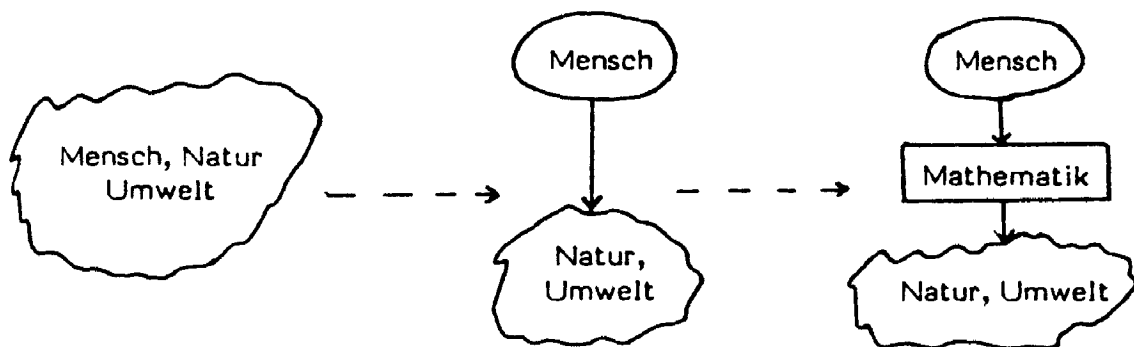
Innerhalb von so geschaffenen Wirklichkeiten ist die Mathematik dann auch gut in der Lage, Erkenntnisse zu produzieren. So sind etwa Optimierungen in betriebswirtschaftlichen Zusammenhängen dort besonders verlässlich, wo bereits auf Grund von Gesetzen oder Gebarungsvorschriften eines Betriebes eine mathematische Grundstruktur gegeben ist. Eines der erfolgreichsten Anwendungsgebiete der beurteilenden Statistik, die Qualitätskontrolle, setzt zu ihrer Anwendung einen weitgehend nach formalen Regeln ablaufenden Produktionsprozeß voraus. Insgesamt ergibt sich das nicht unplausible Bild einer Zirkularität: Je mehr Mathematik in ein Gebiet hineingesteckt wird, desto besser ist Mathematik dort anwendbar.

Eine damit zusammenhängende Frage wäre die, inwieweit die Trivialisierung der Wissenschaften und die Zunahme des Nutzungswertes mit der Materialisierung zusammenhängt. Schon bei der Physik sieht man ja, daß mit zunehmendem Einbau physikalischer Erkenntnisse in Maschinen der Nutzungswert zunimmt und gleichzeitig der Bedeutungswert sinkt. Analoges spielte und spielt sich mit der Mathematik ab. Je mehr Mathematik in Computern und Softwarepaketen eingebaut wird, desto größer ist ihr Nutzen, desto geringer ist aber auch ihre Bedeutung, zumindest als Wissen oder Fertigkeit des Menschen. Jenes Wissen, das in der Einspritzanlage meines Autos oder in der Steuerungsanlage meiner Zentralheizung eingebaut ist, brauche ich nicht mehr zu kennen. Der alltägliche Umgang mit diesen Dingen hindert mich auch eher daran, zu glauben, daß dieses Wissen für mein Schicksal eine große Bedeutung hat.

Instrumentalisierung, Distanzierung und Spiegel des Menschen

Betrachten wir die skizzierte Situation unter dem Gedanken des System-Mittel-Dualismus der Mathematik, so entspricht die Steigerung des Nutzungswertes einer Verschiebung in Richtung des Mittelaspekts. Besonders deutlich wird dies im Zusammenhang mit der Modellauffassung und der Konstruktion von Wirklichkeit. Wir sehen die Mathematik als eine Möglichkeit, etwas von uns Verschiedenes zu erklären, zu beherrschen. Wir schaffen dazu mathematische Konstrukte und schieben sie als "Mittel" zwischen uns und dem anderen. Auch wenn das andere nichts anderes ist, wenn es die Wirtschaft, die Gesellschaft ist, in denen wir selbst drinnen stecken, wird es durch das Dazwischenschieben des Mittels zu einem

anderen gemacht, zu einem Objekt der Untersuchung beziehungsweise Gestaltung. Je besser uns diese Distanzierung gelingt, desto besser funktioniert Mathematik. Je besser uns diese Distanzierung gelingt, desto weniger hat aber auch das mathematische Wissen mit uns selbst zu tun und desto weniger können wir erwarten, über uns selbst daraus etwas zu lernen. Setzt man voraus, daß Bedeutung im TENBRUCKSchen Sinn etwas mit Selbsterkenntnis zu tun hat, so sind durch die Instrumentalisierung Bedeutungsschwund und Trivialisierung bereits angelegt. Die folgende Graphik soll den Distanzierungsprozeß veranschaulichen.



Eine Betonung der Systemkomponente und der Wechselwirkungen zwischen Mittel und System würde bedeuten, die Beziehung zwischen Mensch und Mathematik zu untersuchen und zu berücksichtigen, daß der Mensch auch Natur ist, daß die Mittel auf das Denken, Fühlen und Handeln der Menschen zurückwirken. Wie mathematisch-logische Prinzipien unser Bild von der Natur und damit unsere diesbezügliche Wahrnehmung beeinflussen, hat Herbert PIETSCHMANN (1980) dargestellt. Einen Zusammenhang zwischen diesen Prinzipien und der Organisationsform der Hierarchie stellt Gerhard SCHWARZ (1985) her. Auf verschiedene Möglichkeiten, naturwissenschaftliche Einsichten in den Gesellschaftswissenschaften fruchtbar zu machen, weist Arno BAMME (1986) hin (vgl. zu all dem auch FISCHER 1987a). In diesem Zusammenhang könnte nun eine neue Bedeutung von Mathematik im TENBRUCKSchen Sinn entstehen: Mathematik, allgemein Wissenschaft, als Spiegel des Menschen. Es besteht die Möglichkeit, durch Mathematik, Naturwissenschaften und andere Wissenschaftsbereiche Neues über unsere Art der Erkenntnis und Organisation zu erfahren, indem die Systemkomponente des jeweiligen Wissens untersucht wird. Vergleicht man diese Möglichkeit mit den ursprünglichen Verheißungen in bezug auf Naturwissenschaften, so erkennt man natürlich den Unterschied: Es geht nicht mehr nur um das absolut Vorausgesetzte und dessen Erkenntnis, sondern auch um die Frage, welche Annahmen, Wünsche und möglicherweise Ziele hinter dem stehen, was wir heute Wissenschaft nennen.

Und wie durch die Beantwortung dieser Frage gemeinsamer Wille und gemeinsames Handeln, also Politik, gefördert werden kann.

System und Mittel in der Ökonomie

Zur Illustration dessen, was mit den obigen Fragen gemeint sein kann, möchte ich mich in den folgenden Abschnitten mit Wirtschaftsmathematik auseinandersetzen. Die Beziehung zwischen Mathematik und Gesellschaft erscheint mir hier besonders unmittelbar und die Systemkomponente besonders deutlich sichtbar zu sein; sowohl Konstruktivität (z.B. in Form willkürlicher Setzungen) als auch Reflexivität (Rückwirkung des Gesetzten auf uns) sind offensichtlich. Die Nichtberücksichtigung des System-Mittel-Dualismus hat meines Erachtens fatale Folgen.

In gewisser Weise kommt der System-Mittel-Dualismus in einer Einteilung zum Ausdruck, die der "mathematische Ökonom" Janos KORNAI in der Einleitung zu seinem Buch "Anti-Äquilibrium" trifft. In der ökonomischen Theorie unterscheidet er zwischen dem "realwissenschaftlichen" Teil und dem "entscheidungswissenschaftlichen" Teil (KORNAI 1975, S. 10-13). Im ersten geht es um eine adäquate Beschreibung der wirtschaftlichen "Realität", im zweiten um die Frage, wie aus dieser Beschreibung Richtlinien für (z.B. betriebswirtschaftliche) Entscheidungen gefunden werden können. Mathematische Verfahren ordnet er in erster Linie dem zweiten Bereich zu - womit der Mittelaspekt dominiert -, obwohl auch zur Beschreibung wirtschaftlicher Realität mathematische Darstellungsweisen oder mathematische Konsistenzüberlegungen nützlich sein können. Der Unterschied liegt im Wahrheitskriterium: im ersten Fall ist es die Übereinstimmung mit der "Realität", im zweiten ist es "logische Stringenz", da hier nur aus vorgegebenen Bedingungen Konsequenzen hergeleitet werden (paradigmatisches Beispiel: Optimierungsverfahren). Es erscheint nun nicht unvernünftig, dem realwissenschaftlichen Teil - der sich auf das Wirtschaftsgeschehen insgesamt bezieht - die systemische Komponente und dem entscheidungswissenschaftlichen Teil die Mittel-Komponente der Mathematik zuzuordnen.

KORNAI beklagt nun die Vermischung von "realwissenschaftlichen" und "entscheidungswissenschaftlichen" Teilen in der Theorie. Er sieht den Zusammenhang zwischen diesen Teilen nur in eine Richtung, nämlich so, daß der entscheidungs-

wissenschaftliche Teil dem realwissenschaftlichen Teil nachgeordnet ist. Erst wenn eine gute Beschreibung der Realität vorliegt, und diese ist unabhängig vom entscheidungswissenschaftlichen Teil möglich, kann man überlegen, wie Entscheidungen am besten getroffen werden können. Die von KORNAI beklagte Vermischung kommt dadurch zustande, daß der ökonomischen Theorie ein Rationalitätskonzept zugrunde gelegt wird, nach dem die einzelnen am Wirtschaftsprozeß Beteiligten ihre Entscheidungen treffen. In gewisser Weise erscheint diese Vermischung allerdings unvermeidlich. Es ist nämlich klar, daß Motive und Ziele von Menschen auch in den realwissenschaftlichen Teil Eingang finden müssen. Weiters sind, und das ist für die Mathematik ein entscheidender Punkt, die Motive und Ziele nicht unabhängig von den Mitteln, mit denen man in der Wirtschaft arbeitet, insbesondere mit deren Hilfe man Entscheidungen trifft. Man kann natürlich ein globales Ziel wie "Wohlergehen" annehmen, die Sub-Ziele hängen dann aber sehr von den Mitteln ab, z.B.: möglichst viel Geld (Mittel) zu besitzen, möglichst wenig Beschäftigte im Betrieb haben (eine Konsequenz des Mittels "Lohnsummensteuer"). Daraus folgt, daß die Mittel, die oft Ausdruck kollektiver Motive sind, Rückwirkungen auf das System haben können. Ein Spezialproblem stellt heute das Mittel "Computer" dar, das zu einer Umstrukturierung der Wirtschaft führt, und zwar nicht nur wegen neuer Möglichkeiten materieller Produktion, sondern auch weil damit eine neue Situation in den Entscheidungsprozessen eingetreten ist. Insgesamt ist zu vermuten, daß die von KORNAI beklagte Vermischung teilweise eine Konsequenz des Mittel-System-Dualismus der Mathematik ist.

Damit soll nicht gesagt sein, daß die KORNAIsche Kritik grundsätzlich unberechtigt ist, im Gegenteil. Meines Erachtens besteht die dringende Notwendigkeit, die Interaktion von Mittel und System genauer anzusehen. Insbesondere die Frage zu stellen, welche kollektiven Motive und Annahmen durch die Mathematik als Beschreibungs- bzw. Entscheidungsmittel in das System der Ökonomie - praktisch wie theoretisch verstanden - Eingang finden. Einen ersten Ansatz dazu sollen die folgenden Ausführungen darstellen, wobei ich mich zunächst auf eine kritische Analyse der sogenannten "allgemeinen Gleichgewichtstheorie" beziehe, die von KORNAI vorgenommen wurde (vgl. für das Folgende KORNAI 1975, S. 16-30).

Grundvoraussetzungen der "allgemeinen Gleichgewichtstheorie" (aG)

Eine Grundvoraussetzung für die "allgemeine Gleichgewichtstheorie" ist die Trennung der Wirtschaftswelt in Konsumenten und Produzenten, zumindestens in Bezug auf ein bestimmtes "Gut". Für jeden Teil wird zunächst eine Theorie

entwickelt, die ihn so behandelt, als ob er allein wäre, d.h. als ob sich sonst nichts verändern würde; eine Theorie seines Verhaltens bei gegebenen Randbedingungen also. Konkret: Der Konsument versucht seinen Nutzen zu maximieren. Ihm werden verschiedene Güter zu verschiedenen Preisen angeboten. Er trifft eine Auswahl, die seine "Nutzenfunktion", deren Argumente die Mengen der verschiedenen Güter sind, maximiert. (Der Nutzenfunktion liegen Präferenzordnungen bezüglich der verschiedenen Güter zugrunde.) Aus dieser Maximumsaufgabe, die für verschiedene Preisvorgaben (konstante Randbedingungen) gelöst werden kann, ergibt sich eine Nachfragefunktion, die für ein bestimmtes Gut jedem Preis die bei diesem Preis vom Konsumenten nachgefragte Warenmenge zuordnet. Der Produzent möchte seinen Profit maximieren. Er hat dabei einen Entscheidungsspielraum, welche Produkte er in welchem Ausmaß bei einem bestimmten Preis zu verkaufen bereit ist. Wiederum ergibt sich für jeden festgehaltenen Preis eine Extremwertaufgabe und daraus die sogenannte Angebotsfunktion, die jedem Preis die bei diesem Preis vom Produzenten angebotene Warenmenge zuordnet.

Am Markt treffen Angebot und Nachfrage zusammen und unter gewissen Voraussetzungen ergibt sich ein Gleichgewicht. Der Hauptparameter dieses Gleichgewichts ist der Preis. Er ist gleichzeitig der einzigste Informationsinhalt, der von den Marktteilnehmern ausgetauscht wird. Ansonsten stehen sie einander anonym gegenüber. Jedem ist egal, von wem er kauft oder an wen er verkauft, wenn nur "der Preis stimmt".

Unter gewissen Voraussetzungen (unter anderem "vollkommene Konkurrenz" sehr vieler Marktteilnehmer) ist das Gleichgewicht optimal auch im Hinblick auf eine "soziale Wohlfahrt". Allerdings besteht diese Optimalität oft nur in einem sehr schwachen Sinn: Man spricht von PARETO-Optimalität, wenn keine Veränderung möglich ist, ohne daß es nicht mindestens einen Teilnehmer schlechter geht. Daraus folgt zum Beispiel: Wenn die Summe der zu verteilenden Güter konstant ist, ist jeder Zustand optimal. Daß an einem solchen "Gleichgewicht" manchmal nur wenige interessiert sind, ist verständlich. Dennoch werden Gleichgewichtszustände im allgemeinen positiv bewertet, erst recht dann wenn sie in irgendeinem Sinn "optimal" sind. (Die im Terminus "Gleichgewicht" zum Ausdruck kommende Statik im Vergleich zur beobachtbaren Dynamik des Wirtschaftsgeschehens sei nur nebenbei erwähnt.)

Die Voraussetzungen, die von KORNAI hervorgehoben werden, gehen zum Teil über die hier genannten hinaus, wie etwa die Annahme der Konstanz der

Wirtschaftseinheiten (z.B. der Betriebe) oder jene der Konstanz der Menge der möglichen Produkte (nicht in welcher "Menge" sie produziert werden).

KORNAI anerkennt die Verdienste der aG-Theorie, steht ihr aber andererseits sehr kritisch gegenüber. So schreibt er:

Wie schon im Hinblick auf die historischen Verdienste der aG-Schule erwähnt wurde, hat sie zwei wichtige Gedanken in den Vordergrund gestellt. Erstens, knappe Ressourcen sollten möglichst wirtschaftlich genutzt werden, und zweitens sollte die Produktion den Bedürfnissen der Konsumenten so angepaßt werden, daß eine größtmögliche Bedürfnisbefriedigung gewährleistet ist. Diese zwei richtigen Schlußfolgerungen jedoch gingen aus einer Analyse hervor, die auf der Vision einer irrationalen Welt basiert. Die Wirklichkeit: die Mammutunternehmen, die große Rolle des Staates. Die Vision: atomistischer Markt, "vollkommener" Wettbewerb. Die Wirklichkeit: stürmische technische Entwicklung und Konzentration. Die Vision "erfaßt nicht" die zunehmenden Erträge, eines der wesentlichsten Phänomene des technischen Fortschritts und eine der fundamentalsten Erläuterungen der Konzentration. Die Wirklichkeit: ungemein komplexe und komplizierte Informationsstruktur. Die Vision: ein einziges Signal, der Preis, ist ein vollkommen zuverlässiges Instrument der Steuerung. (KORNAI 1975, S. 26-27)

Ein anderer Kritikpunkt ist der folgende:

Die aG-Schule schematisiert allzu sehr und läßt die Beschreibung der Wirtschaftssysteme grau und ärmlich wirken. Sie kennt nur einen Typ von Konsumverhalten, nur eine unternehmerische Motivation und nur eine Art von Information. Dadurch wird die Aufmerksamkeit von der Erforschung der zusammengesetzten, komplizierten Strukturen, von der Typologisierung und Klassifizierung der Verhaltensweisen, der Motive, der Informationstypen und anderer Charakteristiken, ebenso wie von der Erforschung der Ursachen für bestimmte Differenzen abgelenkt. (KORNAI 1975, S. 28-29)

Aufgrund der bisherigen Ausführungen möchte ich die Grundprinzipien der kritisierten mathematisierten Wirtschaftstheorie wie folgt zusammenfassen:

- o sie zerlegt die Realität in Subeinheiten;
- o die Beziehungen zwischen diesen Subeinheiten werden definiert durch Geld- bzw. Güterfluß sowie Preisinformation;
- o jede Subeinheit maximiert eine Zielgröße.

Die zuletzt beschriebene Tätigkeit fällt unter den Begriff "rationales Handeln". Mit dem zugrundeliegenden Rationalitätskonzept möchte ich mich im folgenden befassen.

Die Präferenzordnung des "homo oeconomicus"

Eine verbreitete Theorie wirtschaftlicher Rationalität geht davon aus, daß jedes wirtschaftlich handelnde Individuum auf der Menge der alternativen Handlungsmöglichkeiten eine sogenannte "Präferenzordnung" definiert. Dies ist eine zweistellige Relation, die zumindestens irreflexiv und asymmetrisch ist. Bedeutet also etwa $a > b$, daß die Alternative a der Alternative b vorgezogen wird, so heißt dies:

$$\forall x: \neg x > x \quad \text{und} \quad \forall x, y: x > y \Rightarrow \neg y > x$$

Oft wird noch die Transitivität als Indikator für die Konsistenz der wirtschaftlichen Vorstellungen des Individuums herangezogen. Grundlegend und kritisch setzt sich Amartya SEN mit diesem Rationalitätskonzept auseinander. Ein erster Kritikpunkt bezieht sich auf die "Zirkularität" des Konzepts des "homo oeconomicus", jenes Menschen, der nur nach seinen persönlichen Interessen, ausgedrückt durch seine individuelle Präferenzordnung, agiert.

The reduction of man to a self-seeking animal depends in this approach on careful definition. If you are observed to choose x rejecting y, you are declared to have 'revealed' a preference for x over y. Your personal utility is then defined as simply a numerical representation of this 'preference', assigning a higher utility to a 'preferred' alternative. With this set of definitions you can hardly escape maximizing your own utility, except through inconsistency. Of course, if you choose x and reject y on one occasion and then promptly proceed to do the exact opposite, you can prevent the revealed preference theorist from assigning a preference ordering to you, thereby restraining him from stamping a utility function on you which you must be seen to be maximizing. He will then have to conclude that either you are inconsistent or your preferences are changing. You can frustrate the revealed preference theorist through more sophisticated inconsistencies as well. But if you are consistent, then no matter whether you are a single-minded egoist or a raving altruist or a class-conscious militant, you will appear to be maximizing your own utility in this enchanted world of definitions. ... This approach of definitional egoism sometimes goes under the name of rational choice, and it involves nothing other than internal consistency. (SEN 1982, S. 88-89)

Es handelt sich um "definitorischen Egoismus", dessen einziges Regulativ die Konsistenz ist, im wesentlichen ausgedrückt durch die Transitivität der Präferenzordnung, welche aber in der Praxis kaum zu überprüfen ist:

If today you were to poll economists of different schools, you would almost certainly find the coexistence of beliefs (i) that the rational behaviour theory is unfalsifiable, (ii) that it is falsifiable and so far unfalsified, and (iii) that it is falsifiable and indeed patently false. (SEN 1982, S. 91)

Was durch dieses egozentrische Präferenzkonzept speziell nicht berücksichtigt wird, aber nach SEN für praktisches Handeln bedeutsam ist, sind Verbindlichkeiten, Verantwortlichkeiten gegenüber größeren Gemeinschaften ("commitments"). Traditionell wird eine unversöhnliche Kluft gesehen zwischen Eigennutz und Gemeinnutz (Utilitarismus). In dieser Form geht der Widerspruch aber nach SEN an wesentlichen Dingen vorbei. Nämlich an der Tatsache, daß es zwischen dem Individuum und der Menschheit bzw. dem Staat soziale Formationen gibt, die entscheidend sein können für das wirtschaftliche Verhalten: die Familie, eine Gewerkschaft, eine Kommune, Geschäftsfreunde usw.

Furthermore, between the claims of oneself and the claims of all lie the claims of a variety of groups - for example, families, friends, local communities, peer groups, and economic and social classes. The concepts of family responsibility, business ethics, class consciousness, and so on, relate to these intermediate areas of concern, and the dismissal of utilitarianism as a descriptive theory of behaviour does not leave us with egoism as the only alternative. (SEN 1982, S. 85)

SEN räumt ein, daß bei privatem Konsum möglicherweise die Maxime der individuellen Nutzenmaximierung als Erklärungsmodell ausreichen möge. Nicht tut sie das jedoch seines Erachtens, wenn es um öffentliche Güter geht, die von mehr als einer Person benützt werden, z.B. um Straßen, ihre Beleuchtung, um Parks usw. Als ein weiteres Beispiel führt er das Verhalten der Menschen bei öffentlichen Wahlen an (SEN 1982, S. 96-97): Nach einem individuellen Nutzenkonzept würde kaum jemand zu den Wahlen gehen, da der Nutzen für den einzelnen in der Regel den Aufwand nicht lohnen würde. Die Absurdität der individuellen Nutzenmaximierung als generelles Prinzip illustriert er an folgendem Witz:

'Where is the railway station?' he asks me. 'There', I say, pointing at the post office, 'and would you please post this letter for me on the way?' 'Yes', he says, determined to open the envelope and check whether it contains something valuable. (SEN 1982, S. 96)

Die bisherigen Kritikpunkte am Rationalitätskonzept des "homo oeconomicus" lauten im wesentlichen so: erstens ist es nicht überprüfbar und zweitens stimmt es gar nicht.

Zerlegung der Rationalität

Der nächste Kritikpunkt ist der folgende: Wenn das Rationalitätskonzept stimmen würde, wäre es sehr schlimm, da bestimmte Situationen damit nicht bewältigt

werden könnten. Dieser Punkt ist wichtig, da die Theorie nicht nur Wirklichkeit beschreibt sondern auch Wirklichkeit schafft. Situationen, die mit diesem Konzept nicht bewältigt werden können, sind in erster Linie solche, die ein gemeinsames Interesse erfordern, das mehr ist als die Summe der Einzelinteressen. Ein klassisches spieltheoretisches Beispiel für eine solche Situation ist das sogenannte Gefangenendilemma. Es geht dabei um folgende Geschichte: Zwei Gefangene haben sich ein ernstes Verbrechen zu Schulden kommen lassen, können aber nicht überführt werden. Sie können jedoch wegen eines kleineren Verbrechens überführt werden. Der Staatsanwalt trennt sie in zwei Zellen und versucht, jeden zu einem Geständnis zu bewegen. Wenn sie gestehen, will er für zehn Jahre Gefängnis plädieren. Gestehen beide nicht, so sind sie nur wegen des kleineren Vergehens überführbar und bekommen voraussichtlich je zwei Jahre. Gesteht einer und der andere nicht, so geht der Geständige als Zeuge der Anklage frei, während der andere zwanzig Jahre bekommt. Die Situation ist in folgender Tabelle dargestellt, wobei die beiden Zahlen in einem Kästchen jeweils die Strafe für den ersten beziehungsweise für den zweiten Gefangenen bedeuten.

		Prisoner 2	
		Confess	Not Confess
Prisoner 1	Confess	- 10, - 10	0, - 20
	Not Confess	- 20, 0	- 2, - 2

(Aus SEN 1982, S. 63)

Was sollen die Gefangenen tun? Jeder weiß auch über die Möglichkeiten des anderen Bescheid. SEN schreibt dazu:

Each prisoner sees that it is definitely in his interest to confess no matter what the other does. If the other confesses, then by confessing himself this prisoner reduces his own sentence from twenty years to ten. If the other does not confess, then by confessing he himself goes free rather than getting a two year sentence. So each prisoner feels that no matter what the other does it is always better for him to confess. So both of them do confess guided by rational self-interest, and each goes to prison for ten years. If, however, neither had confessed, both would have been in prison only for two years each. Rational choice would seem to cost each person eight additional years in prison. (SEN 1982, S. 63)

Man mag das Gefangenendilemma für esoterisch halten, es hat aber aktuelle Bezüge. SEN bringt dazu folgendes Beispiel. Angenommen, es geht darum, aus Umweltgründen das Wegwerfen von Flaschen abzuschaffen, d.h. die Praxis des

Umtauschs und der Rückgabe zu fördern. Etwas also, an dem die Gemeinschaft interessiert ist. Für den einzelnen stellt sich das Problem allerdings anders. Der Schaden, der für ihn entsteht, wenn er Flaschen wegwirft, ist möglicherweise geringer als die Unbequemlichkeit, die er in Kauf nehmen müßte, wenn er sie immer zurückbringt. Allerdings ist natürlich auch er daran interessiert, daß möglichst viele Menschen ihre Flaschen zurückbringen, damit die Umwelt nicht verschmutzt wird. Seine individuelle Präferenzordnung kann nun so aussehen: Am liebsten ist ihm, alle außer ihm geben die Flaschen zurück. Am zweitliebsten ist, alle, auch er, geben die Flaschen zurück. An dritter Stelle steht: Keiner gibt die Flaschen zurück. An letzter Stelle steht: Nur er gibt die Flaschen zurück. Wenn alle so denken, so haben wir eine Situation wie beim Gefangenendilemma mit dem Resultat, daß keiner die Flaschen zurückgibt, denn: egal, was alle anderen tun, in jedem Fall verbessert jeder einzelne seine Situation, indem er nicht die Flaschen zurückgibt. Daß es in der Praxis oft darauf hinausläuft scheint die Theorie zu bestätigen. (Eine Spezialität der obigen Argumentation ist, daß "er" und "die anderen" wie zwei gleichwertige, unabhängige Personen behandelt werden.)

Das Konzept des "homo oeconomicus" und die Theorie der Präferenzordnungen bedeuten eine Zerlegung einer möglicherweise (hoffentlich) vorhandenen globalen Rationalität in Einzelrationalitäten. Nach SEN beschreibt die Theorie den "rational fool", der mit engem Horizont konsistent handelt, jedoch nichts um sich herum wahrnimmt, insbesondere nicht solidarisierungsfähig ist und damit auch seine eigenen Interessen verletzt.

Maschine vs. kreativer sozialer Prozeß

Ein sich aus den obigen Überlegungen ergebender zentraler Punkt der Kritik an einer in traditioneller Weise mathematisierten Wirtschaftstheorie ist der, daß sie die Wirtschaft eher als eine Maschine denn als ein lebendiges System sieht. Was bedeutet dies? Es handelt sich natürlich nicht um eine "reine" Maschine, sie funktioniert nicht deterministisch. Es sind "Freiheitsgrade" eingebaut, nämlich für die Subeinheiten, insbesondere für die Individuen, es wird ihnen ein freier Wille zugestanden. Zum Beispiel könnten die Konsumenten ihre Präferenzordnung selbst wählen. Das Gesamtsystem hat jedoch folgendes Merkmal einer Maschine: sie besteht aus identifizierbaren Teilen, deren Beziehungen zueinander genau geregelt sind. Im konkreten Fall werden diese Beziehungen vom Geld- und Güterfluß sowie

vom Austausch von Preisinformationen bestimmt. Es kommt bei dieser Maschine nur auf die Beziehung zwischen den Teilen an, die Teile selbst sind nur im Hinblick auf ihre Funktion für diese Beziehung von Interesse. Das bedeutet: was im Inneren eines Teiles vor sich geht, ist nur insoweit bedeutsam, als es Auswirkungen auf die wirtschaftliche Interaktion mit den anderen Teilen hat. Es besteht anscheinend bei Wirtschaftstheoretikern die Hypothese, daß man durch Abstraktion von den (lebendigen) inneren Vorgängen einzelner Teile und Konzentration auf Beziehungen zwischen den Teilen zu etwas Invariantem (Totem) kommt. Das Leben spielt sich zwar in den Teilen selbst ab, sein Einfluß auf die Maschine insgesamt ist jedoch sehr beschränkt. Es ist weiters nicht Angelegenheit eines Teils, sich um die anderen Teile beziehungsweise um das Ganze zu kümmern. Um das Ganze kümmert sich keine Teil, es funktioniert einfach.

Im Gegensatz zu dieser maschinellen Sichtweise ist Wirtschaft offensichtlich ein sehr lebendiger, kreativer, sozialer Prozeß. Die Kreativität reicht von der Entstehung neuer Technologien über die Entwicklung neuer Kommunikationsformen (z.B. in der Werbung) und neuer Bedürfnisse bis zur Entstehung eines neuen Bewußtseins ("Zeitgeist"). Damit ändern sich aber ständig Beziehungsstrukturen, neue Gruppierungen entstehen (z.B. Arbeitslose), kurz: die "Maschine" wird eine andere. Gerade das aber dürfte eine Maschine nicht, die Beziehungsstrukturen müßten konstant bleiben, allenfalls könnten sich Teile innerhalb bestimmter Schranken ändern. Aber auch eine zweite Eigenschaft von maschinellen Systemen ist in lebendigen sozialen Systemen nicht erfüllt: daß die Teile, etwa Individuen prinzipiell "weniger" sind als das Gesamtsystem, zumindest diesem untergeordnet. Vielmehr sind sie so angelegt, daß sich in den Teilen das Gesamtsystem spiegeln kann, daß sie über die Beziehungen zu den anderen Teilen ein Abbild des Gesamtsystems darstellen können. Das gilt natürlich auch in die andere Richtung, das heißt es kann das Gesamtsystem ein Abbild von Individuen darstellen und macht damit verständlich, daß Subeinheiten in der Lage sein können, das Gesamtsystem zu verändern - oft ausgehend von einer oppositionellen Haltung diesem gegenüber.

Die beiden von einer traditionell mathematisierten Wirtschaftstheorie nicht berücksichtigten Aspekte, nämlich die Dynamisierung der Beziehungsstruktur und deren potentiell Enthaltensein in den Individuen, kommen in gewisser Weise in Ansätzen vor, die KORNAI beziehungsweise SEN anbieten. So entwirft KORNAI ein systemtheoretisches Konzept von Wirtschaft, wo Informationsflüsse eine Rolle

spielen, das heißt Informationen, die nicht Preischarakter haben (KORNAI 1975). Dies bedeutet eine Erweiterung der betrachteten Beziehungsstrukturen. Bedenklich ist dabei jedoch, daß hier Information gewissermaßen wie eine Ware behandelt wird, die weitergegeben beziehungsweise ausgetauscht wird wie Geld oder Güter. Das heißt, ein umfassenderer Kommunikationsbegriff, der die Veränderung von Beziehungen, eventuell Neugruppierungen und Schaffung neuer Einheiten sowie die Schaffung von neuem Bewußtsein und die Entwicklung von kollektivem Willen miteinschließt, ist nicht direkt gemeint. SEN entwickelte ein Konzept von Meta-Rangordnungen von Präferenzordnungen nach Graden ihrer Moralität. Moral nimmt ja gerade Bezug auf die Beziehungen zu anderen Individuen beziehungsweise Subeinheiten und stellt damit eine Berücksichtigung der Tatsache dar, daß sich die Gesellschaftsstruktur im Individuum abbilden kann. Was nicht berücksichtigt wird, ist jener Kommunikationsprozeß, durch den Moral zustande kommt. Die beiden Ansätze: neue Kommunikationsmöglichkeiten beziehungsweise hohe individuelle Moral, sind übrigens gerade Möglichkeiten, durch welche das Gefangenendilemma überwunden werden kann.

Insgesamt scheint es um die Frage der Beziehung Teil - Ganzes zu gehen. Die kritisierte ökonomische Theorie sieht den dynamischen freien Willen bei den Individuen und definiert das Gesamtsystem durch eine Einteilung in Subeinheiten und relativ starre Beziehungsregelungen. Meine Kritik geht in die Richtung, daß eine so einfache Unterscheidung zwischen Teil und Ganzem in sozialen Systemen nicht adäquat ist, aber möglicherweise ist sie in der heute gängigen Auffassung von den Grundlagen der Mathematik angelegt.

Wirtschaftsmathematik und Mengenlehre

In einem Vortrag über die historische Entwicklung der Beziehung Mathematik - Wirtschaft sprach Thomas KUCZINSKY (1987) die Vermutung aus, daß die Mathematik in Zukunft wieder mehr Impulse von anderen Wissenschaften als der Physik erhalten werde, insbesondere von der Ökonomie und der Biologie. Dabei sieht er allerdings Probleme, die eine "definitive Weiterentwicklung der Mathematik erfordern".

Das erste sei zunächst im Sinne der HEISENBERG'schen "Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen" formuliert: "Jedes Partikel besteht aus allen übrigen Partikeln." (HEISENBERG 1967, S. 30) Das Verhalten jedes einzelnen Partikels ist also durch das Verhalten der

übrigen 10^{80} Partikeln bestimmt (das trifft auch zu auf Einsteins Programm, die Elementarteilchen aus der Weltgeometrie abzuleiten). Die Partikeln bilden hiernach keine Menge im Sinne der klassischen Mengenlehre, denn gemäß dem CARNAP'schen Zirkelfehlerprinzip ist eine Gesamtheit genau dann keine Menge, wenn die Mitglieder der Gesamtheit durch die Gesamtheit selbst bestimmt sind. (CARNAP 1931, S. 98)

Die Behauptung, daß das Elementarteilchen in seiner Wirklichkeit das ensemble der kosmischen Verhältnisse sei, ist in morphologisch homologer Weise 120 Jahre vor Heisenberg schon einmal aufgestellt worden bezüglich einer ganz anderen Art von Elementarteilchen, denn in der sechsten Feuerbachthese von MARX heißt es lapidar: "In seiner Wirklichkeit ist es" (das Individuum) "das ensemble der gesellschaftlichen Verhältnisse." (MARX 1958, S. 6) Der einzige Unterschied besteht darin, daß das einzelne Elementarteilchen "sich nicht daran stört", wenn wir es bei unseren Betrachtungen des Pico- oder Megakosmos vernachlässigen, wogegen sich das Individuum bei derartiger Vorgehensweise permanent "auf den Schlipps getreten fühlt", insbesondere wenn es aus dem Drei-Sigma-Bereich der statistischen Normalverteilung herausfällt (oder herauszufallen glaubt). Die Tatsache, daß wir bei unseren wirtschaftsmathematischen Untersuchungen und Modellen stets einen Teil der Wirtschaft isolieren, quasi herausschneiden, ist eines unserer Grundprobleme, weil wir nur sehr wenig über die - praktische wie theoretische - Zulässigkeit solchen Vorgehens wissen. Die Kritik beispielsweise, daß bei Optimierungsproblemen zu wenige Restriktionen und Randbedingungen in das Modell aufgenommen werden bzw. werden können (Umweltprobleme, soziale Folgen, sozialpsychologische Präferenzen usw.), findet ihre wirkliche Grundlage in der Tatsache, daß reale ökonomische Systeme keine Mengen im Sinne der klassischen Mathematik darstellen. (KUCZINSKI 1987)

Die Kernaussage ist also: die Mengenlehre verbietet, daß Elemente durch ihre Beziehungen zu den anderen Elementen definiert sind. Das klingt eigenartig, wenn man an die Praxis der Strukturmathematik denkt, wo man ja oft eine Struktur als Ganzes axiomatisch definiert und damit die Elemente durch ihre Beziehungen zu den anderen Elementen festlegt. Man denke etwa an eine Definition der natürlichen Zahlen mittels der PEANO-Axiome oder an eine axiomatische Definition eines Vektorraums. Es ist nicht üblich, einzelne Zahlen oder einzelne Vektoren zu definieren. (Auf diese Tatsache hat mich im vorliegenden Zusammenhang Fritz SCHWEIGER aufmerksam gemacht.) Man kommt weiter, wenn man sich eine solche strukturmathematische Definition genauer ansieht, z.B. die eines Vektorraums: sie beginnt mit "Es sei V eine Menge", d.h. eine "nackte Menge" ist vorausgesetzt. Man tut so, als gäbe es diese Menge zunächst ohne Struktur. Dann gibt man ihr eine Struktur, die man beim späteren Arbeiten teilweise wieder "vergißt" usw. Man geht also davon aus, daß es als Basis jeglicher Struktur eben

bestimmte Mengen gibt. Und in diesen sind die Elemente noch nicht durch ihre Beziehungen zu den anderen definiert.

Noch deutlicher wird das Problem, wenn man eine konstruktive Definition von Strukturen sucht beziehungsweise von einer axiomatischen Definition zu einer Darstellung der Struktur übergehen will. Dann ist man gezwungen, die Elemente so zu definieren, daß sich die Struktur in ihnen widerspiegelt. Sie tut dies aber nie vollständig. Sehr schön kann man dies an der VON NEUMANNschen Definition der natürlichen Zahlen sehen: jede natürliche Zahl ist die Menge ihrer Vorgänger. Aber: Keine natürliche Zahl spiegelt in sich die Struktur aller natürlichen Zahlen, nicht einmal die einer Teilmenge, sofern sie deren Element ist, wider. Allgemeiner: Es bleibt stets eine unüberbrückbare Differenz zwischen dem was im Inneren eines Elements an Struktur geschaffen werden kann und der Gesamtstruktur und damit zwischen hierarchisch aufbauender Konstruktion einerseits und globaler Axiomatik andererseits.

In sozialen Systemen ist auch nicht von vorne herein in jedem Element die Gesamtstruktur vollständig enthalten, es besteht aber ein Potential dafür. Anders ausgedrückt: Die Elemente sind lernfähig in bezug auf das Gesamtsystem und ihre Rolle darin. In mathematischen Strukturen auf der Basis der Mengenlehre gibt es enge Schranken für diesen "Lernprozeß". Was bei sozialen Systemen noch hinzukommt, ist, daß die Elemente ein Bewußtsein über ihre Beziehung zu den anderen Elementen entwickeln können sowie einen Willen und damit die Möglichkeit die Beziehungen und damit auch die Gesamtstruktur zu verändern. Man kann nun natürlich einwenden, daß die Mathematik grundsätzlich überfordert wäre, wenn man verlangen würde, daß sich soziale Realität in ihren Modellen so weitgehend widerspiegelt. Man kann weiters sagen, daß sie eben auf Statik angelegt ist, daß sie dazu tendieren muß, Strukturen festzuhalten, unter anderem mit dem Ziel, daß darüber verhandelt werden kann. Man sollte dies dann aber auch wissen, nämlich daß es eine prinzipielle Differenz zwischen mathematischen Modellen und lebendiger Realität gibt, die auch durch Abstraktion auf die Ebene der Beziehungen nicht überwunden werden kann. Und daß die Dynamik des lebendigen Systems vielleicht gerade darin besteht, daß Mathematisierungen ständig überwunden werden - wobei ich sowohl an Mathematik, die sich in technologischen Systemen auswirkt, denke, wie auch an solche, die in sozialen Systemen direkter wirksam wird.

Konsequenzen

Ich habe versucht, den System-Mittel-Dualismus zu erläutern, insbesondere am Beispiel der Wirtschaftsmathematik. Es stellt sich nun die Frage: Was bedeutet dies für den Mathematikunterricht? Ich möchte die Antwort hier nicht ausführen sondern nur zwei Richtungen andeuten, die mir dabei wichtig erscheinen.

Die erste bedeutet ein stärkeres Bewußtmachen des systemischen Aspekts von Mathematik. Wir sollten aufmerksam werden, wie Mathematik unser Denken und Interagieren beeinflusst. Dazu dient eine Tätigkeit, die ich "Analyse von Grundvoraussetzungen" nenne. Was oben zur Wirtschaftsmathematik ausgeführt wurde, gehört dazu. Allerdings ist diese Tätigkeit nicht an "hohe" Mathematik gebunden. So hat zum Beispiel Hugh BURKHARDT (1981, S. 7-8) eine nette Episode über das Problem des Aufteilens von zwölf Kastanien unter vier Knaben beschrieben, woraus etliche stillschweigende Annahmen beim Einsatz mathematischer Operationen ersichtlich werden (siehe auch FISCHER 1987b). Ein anderes Beispiel wäre das Problematisieren des "Messens", d.h. der Zuordnung von Zahlen, die Klassifizierung von Meßgrößen in Skalentypen - etwas, das in der Meßtheorie recht gründlich abgehandelt wird (siehe dazu ROBERTS 1979 sowie FISCHER 1987a).

Die zweite Richtung läuft auf ein erweitertes Mittelverständnis in der Mathematik hinaus. Ausgangspunkt ist der Gedanke, daß wir mit Mathematik auch Systeme bauen, deren Elemente Menschen sind. Dies passiert in der Regel unbewußt, es geht nun darum, dieses Tun bewußter und gezielter zu gestalten. Für den gezielten Bau von Systemen mit Menschen sind jedoch andere Mittel nötig als üblicherweise in der Mathematik im Vordergrund stehen. Insbesondere sollten mathematische Methoden an Bedeutung gewinnen, die nicht so sehr für eine algorithmische Problemlösung geeignet sind, sondern zur Darstellung von Situationen und zur Kommunikation darüber. Ich habe an anderer Stelle diese Art von Mathematik als "offene Mathematik" bezeichnet und ausführlicher beschrieben (FISCHER/MALLE 1985, Kap. 6 sowie FISCHER 1987a). Die für eine solche Mathematik benötigten Mittel sind "weicher", flexibler, nicht so eindeutig und stringent in ihrer Bedeutung, sie sind mehr angepaßt den menschlichen Kommunikationsweisen. Sie müssen Widersprüche und Freiräume zulassen.

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- BAMMÉ, A. (1986): Wenn aus Chaos Ordnung wird. Die Herausforderung der Sozialwissenschaften durch Naturwissenschaftler. Manuskript, Universität Klagenfurt
- BAMMÉ, A., G. FEUERSTEIN, R. GENTH, E. HOLLING, R. KAHLE, P. KEMPIN (1983): Maschinen-Menschen, Menschen-Maschinen. Grundrisse einer sozialen Beziehung. Reinek bei Hamburg; Rohwolt Taschenbuch Verlag
- BURKHARDT (1981): The Real World and Mathematics. London: Blackie
- CARNAP, R. (1931): Die logizistische Grundlegung der Mathematik. In: Erkenntnis, Bd. 2
- DÖRFLER, W., R. FISCHER, W. PESCHEK (Hrsg.) (1987): Wirtschaftsmathematik in Beruf und Ausbildung. Vorträge beim 5. Kärntner Symposium für Didaktik der Mathematik. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, Stuttgart: B.G. Teubner
- FISCHER, R., G. MALLE, gem. mit H. BÜRGER (1985): Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Mannheim: Bibliographisches Institut
- FISCHER, R. (1987a): Mathematik und gesellschaftlicher Wandel. Projektbericht im Auftrag des Bundesministeriums für Wissenschaft und Forschung. Universität Klagenfurt
- FISCHER, R. (1987b): Begrüßungsadresse: Einige Gedanken zum Tagungsthema. In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK (1987)
- HEINTEL, P. (1979): Thesen zu einer Philosophie der Mathematik. Unveröffentlichtes Manuskript, Universität Klagenfurt
- HEISENBERG, W. (1967): Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen. Stuttgart
- KORNAI, J. (1975): Anti-Äquilibrium. Über die Theorien der Wirtschaftssysteme und die damit verbundenen Forschungsaufgaben. Berlin, Heidelberg, New York: Springer
- KUCZYNSKI, Th. (1987): Einige Überlegungen zur Entwicklung der Beziehungen zwischen Mathematik und Wirtschaft (unter besonderer Berücksichtigung der Entwicklung der Wirtschaftsmathematik). In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK (1987)
- MACKENZIE, D.A. (1981): Statistics in Britain 1865-1930. The Social Construction of Scientific Knowledge. Edinburgh University Press

- MARX, K. (1958): Thesen über Feuerbach. In: MARX, K., F. ENGELS, Werke, Bd. 3. Berlin
- NEEDHAM, J. (1956): Mathematics and Science in China and the West. In: Science and Society 20
- PIETSCHMANN, H. (1980): Das Ende des naturwissenschaftlichen Zeitalters. Wien, Hamburg: Zsolnay
- PORTER, T.M. (1985): The Mathematics of Society: Variation and Error in Quetelet's Statistics. British Journal of the History of Science 18
- RESTIVO, S. (1983): The Social Relations of Physics, Mysticism and Mathematics. Dordrecht, Boston, Lancaster: Reidel
- ROBERTS, F.S. (1979): Measurement: Theory with Applications to Decision-making, Utility and the Social Sciences. Reading: Addison-Wesley
- SCHWARZ, G. (1985): Die "Heilige Ordnung der Männer". Patriarchalische Hierarchie und Gruppendynamik. Opladen: Westdeutscher Verlag
- SEN, A. (1982): Choice, Welfare and Measurement. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press
- SPENGLER, O. (1973): Der Untergang des Abendlandes. München: Deutscher Taschenbuch Verlag
- TENBRUCK, F.H. (1975): Der Fortschritt der Wissenschaften als Trivialisierungsprozeß. In: STEHR, N., R. KÖNIG, (Hrsg.): Wissenschaftssoziologie. Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, Sonderheft 18, S. 14-47